

臺北區九十三年學年度高級中學數理資優班聯合甄選入學
科學能力測驗(二) 試題本

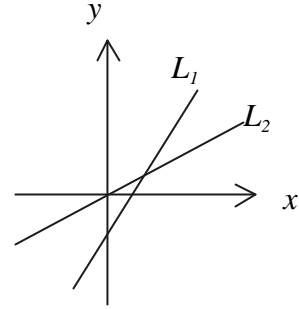
壹、填充題

* 第(1)至(8)格，每格 4 分，共 32 分

1. 如右圖，兩直線 L_1 、 L_2 之方程式分別為

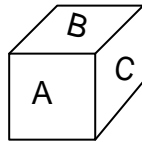
$$L_1: y = ax + b, \quad L_2: y = cx + d;$$

試將 a, b, c, d 由大到小依順序排列 (1)。

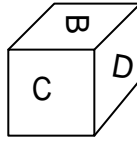


2. 桌上有形狀相同的三塊正方體積木，每一塊的六個面分別寫著 A、B、C、D、E、F 六個字母，且排列的順序完全相同(如下圖)。試想一想，A 的對面是什麼字母？B 的對面是什麼字母？C 的對面是什麼字母？

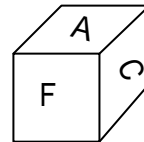
請依序標明出來：(2)。



(圖 1)



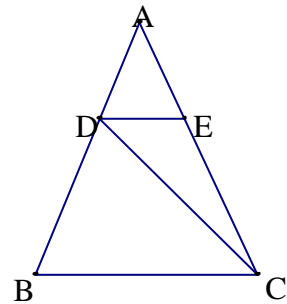
(圖 2)



(圖 3)

3. 如右下圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AD} < \overline{BD}$ ，且 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\triangle CDE$ 的面積為 6，

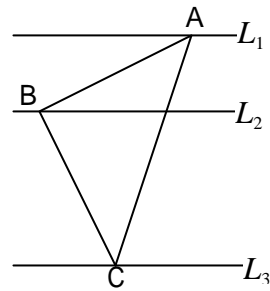
$\triangle ABC$ 的面積為 25，則 $\overline{AD} : \overline{AB}$ 的比值為 (3)。



4. 有濃度不同的 A、B 兩種食鹽水，A 食鹽水重 300 克，B 食鹽水重 500 克，現在從 A、B 兩種食鹽水中各取 x 克交換，經混合溶解後兩者的濃度變成相同，求 $x =$ (4)。

5. 有一標準游泳池，水道長 50 公尺，甲乙兩選手分別在游泳池某一水道的兩端，同時出發相向而游，甲的速度大小每秒 1 公尺，乙的速度大小每秒 1.25 公尺，兩人來來回回游了 20 分鐘，若速度大小不變且不計轉向的時間，兩人共互相交會 (5) 次。(在游泳池邊相會也要算在內)

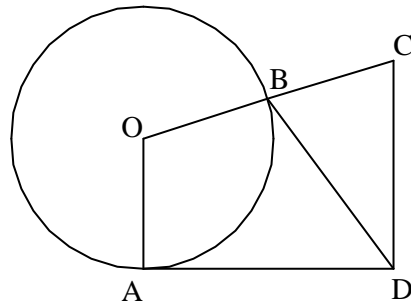
6. 在同一平面上，三條直線 L_1, L_2, L_3 互相平行，且 L_1, L_2 的距離是 1， L_2, L_3 的距離是 2， L_1, L_3 的距離是 3；一個等腰直角三角形 ABC 的三頂點分別在 L_1, L_2, L_3 上，且直角頂 B 在 L_2 上(如右圖)，則這個三角形 ABC 的面積為 (6)。



7. 在 256 張的卡片上，分別寫上一個數字，從 1、2、3、4、5、一直寫到 256 為止，現在依下面方法去操作：

第一次操作：拿掉數字是完全平方數的卡片後，將剩餘的卡片再重新由 1、2、3、4、5、編寫上數字，每一張卡片寫一個數字；
第二次操作：再拿掉數字是完全平方數的卡片後，將剩餘的卡片再重新由 1、2、3、4、5、編寫上數字，每一張卡片寫一個數字。
依此方式重複操作，那麼在第 (7) 次操作後，只剩下一張卡片。

8. 如右下圖，直線 AD 切圓 O 於 A ， \overline{OB} 為圓 O 的半徑， B 為 \overline{OC} 的中點，且 $\overline{CD} \perp \overline{AD}$ 於 D ， $\angle CDB = 35^\circ$ ，則 $\angle OBD =$ (8) 度。



* 第(9)至(34)格，每格 2 分，共 52 分

9. 台北 101 金融大樓內部的高速電梯，可從 1 樓直達第 89 樓層，中間不停靠其它樓層。試回答下列問題：(重力加速度 g 值等於 10 公尺/秒²)

- (1) 若該電梯從 1 樓靜止開始，先以等加速度運動向上 4 秒，速度大小達 10 公尺/秒後，改以等速度上升，在最後的 4 秒內，再以等減速度運動上升直到第 89 樓層，共費時 42 秒，求：
- (a) 該電梯 0 至 4 秒內之加速度大小為 (9) 公尺/秒²。
- (b) 第 89 樓層離地的高度為 (10) 公尺。

- (2)一位體重 72 公斤的快遞人員，因為沒有趕上電梯，想以爬樓梯方式爬到第 89 樓層。已知人體每消耗 1 莫耳的葡萄糖，可以產生 1425 千焦耳的能量。如果他把質量 3 公斤的包裹等速搬到第 89 樓層，則此快遞人員會消耗 (11) 莫耳的葡萄糖。
10. 以下是測量金屬比熱的方法：(假設容器與外界的熱量交換完全隔絕)
- (1) 今假設容器每升高(或降低)1 所吸收(或放出)的熱量為一定值，先要測出這個定值。測量的方法是將 50 克的冷水放入容器中，達熱平衡時水溫為 25 ，再將 50 克 100 的熱水放入同一容器內，迅速攪拌充分混合後，達熱平衡時水溫為 50 ，則該容器每升高 1 所吸收的熱量為 (12) 卡。
- (2) 接下來就可以測量金屬的比熱。先將 50 克 25 的冷水放入上題的容器中，再將 200 克 100 的某金屬放入同一容器內，迅速攪拌充分混合後，達熱平衡時水溫為 40 ，需考慮容器的吸熱，則該金屬的比熱為 (13) 卡/克 。
11. 在一次雷雨閃電中，閃電剛放電時的電壓為 5×10^8 伏特，根據鐵心被電流磁化的程度來估計，平均電流是 2×10^5 安培，而一次閃電的持續時間為 10^{-3} 秒，試回答下列問題：
- (1) 一次閃電放出 (14) 焦耳的電能。
- (2) 閃電過程中，大氣中的 N_2 和 O_2 直接化合成新的物質 NO，並且 莫耳 N_2 和 O_2 化合時要吸收 2×10^5 焦耳的能量，如果閃電時有千分之一的能量用在此化合反應，則這一反應將產生 (15) 莫耳的 NO。
12. 電吉他的發聲原理是在吉他弦線的下方放有線圈，當被磁化的弦線被撥動時，下方的線圈產生感應電流之後，經放大器傳至喇叭而發出聲音。請問以下哪二項電器，與上述劃雙底線部份的物理原理相同？(請以代號回答) (16)
- (A)變壓器 (B)鎢絲燈泡 (C)發電機 (D)乾電池 (E)馬達
(F)電鈴 (G)烤箱 (H)電熨斗 (I)電話 (J)電磁鐵
13. 蓮花出污泥而不染，科學家稱做“蓮花效應”，這是因蓮花葉的表面為奈米結構的關係。某科技公司利用此效應生 “自淨玻璃”，其神奇之處全在於玻璃表面塗上 40 奈米(1 奈米= 10^{-9} 米)厚的二氧化鈦(TiO_2)“奈米薄膜”。此“奈米薄膜”可與太陽光線中的紫外線作用，將落在玻璃上的有機物加以分解，使有機物化 烏有；還能使玻璃表面的雨點或霧氣變成一個薄層而使玻璃表面濕潤，並洗掉表面髒污。

工業上的二氧化鈦可用下列兩步驟製得：



則 X 的化學式 (17) 。

14. 老師帶同學參觀某化學肥料工廠，老師指著右圖所示的化學肥料商標，請同學們計算肥料中含硝酸銨 (NH_4NO_3) 的純度 (雜質不含氮元素)，其純度的重量百分比為多少？ (18) %
(原子量：H = 1.0；N = 14.0；O = 16.0)

| |
|---|
| 硝酸銨 淨重：63 kg 含氮量：28.0% XX 化學工業公司 |
|---|

15. 小華設計下列有關溶解度的實驗，他的實驗過程及實驗記錄如下：

[實驗步驟]

- (1) 分別稱取質量為 8.0 克、6.0 克、4.0 克、2.0 克的硝酸鉀
- (2) 在一試管中，加入蒸餾水 5.0 克及步驟(1)所稱取的 8.0 克硝酸鉀
- (3) 將試管在小火焰上緩慢加熱並搖動，至溶質全部溶解後停止加熱
- (4) 將溫度計置於試管中，並以玻棒徐徐攪拌，直至有固體開始析出時，記下溫度
- (5) 重複步驟(2)~(4)，但將硝酸鉀 8.0 克分別換成 6.0 克、4.0 克、2.0 克，作成記錄

[實驗記錄]

| 水 5.0 克中溶有 KNO_3 的克數 | 固體開始析出時的溫度 |
|-------------------------------|------------|
| 8.0 | 80 |
| 6.0 | 67 |
| 4.0 | 46 |
| 2.0 | 25 |

依據上述資料，小華可以知道

- (A) 在 80 時，硝酸鉀的溶解度為 (19) 克/100 克水。
- (B) 在 67 時，取 220 克的硝酸鉀飽和溶液，冷卻至 25 時，可析出 (20) 克的硝酸鉀。
- (C) 在 46 時，硝酸鉀飽和溶液的質量百分率濃度約為 (21) %。
(計算至小數點下一位)

16. 現有未貼標籤的硝酸銀、鹽酸、氯化鋇、碳酸鈉、硫酸鈉五種溶液，為了鑑別該五種未知溶液，分別貼上 A、B、C、D、E 的編號標籤，然後各取少量進行混合，按下列步驟依序進行實驗，其結果如下表：

| 實驗步驟 | 實驗結果 |
|-------|-------------------|
| A + B | 有白色沉澱生成，此沉澱不溶於稀硝酸 |
| A + C | 有白色沉澱生成，此沉澱不溶於稀硝酸 |
| A + D | 有白色沉澱生成，此沉澱溶於稀硝酸 |
| C + D | 有白色沉澱生成，此沉澱溶於稀硝酸 |
| D + E | 有氣體生成 |
| A + E | 無任何變化產生 |

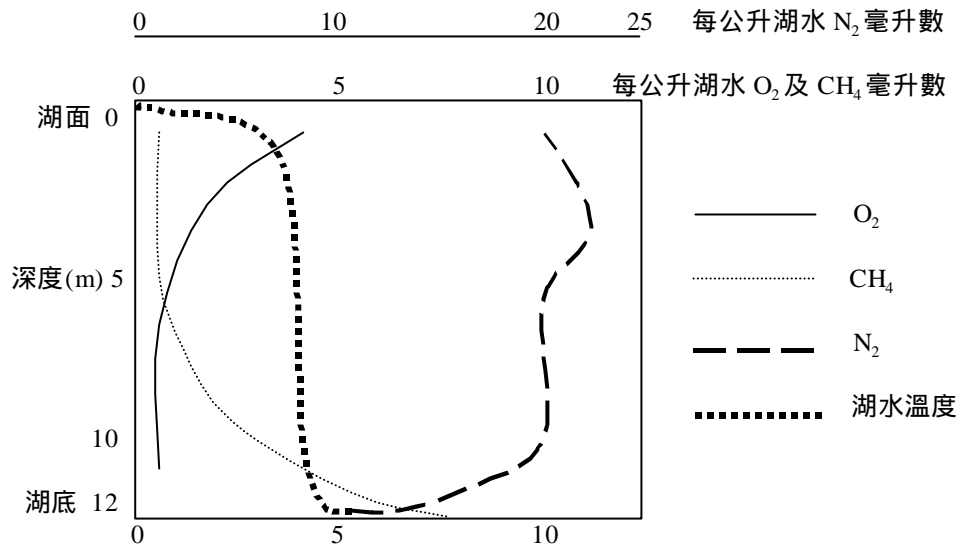
根據實驗結果推測：(請用化學式作答)

A 溶液為：____(22)____；C 溶液為：____(23)____；E 溶液為：____(24)____。

17. 芹菜根吸收的水分由莖能夠上升到葉，主要力量來自植物 ____ (25) ____ 作用產生的拉力。

18. 陳先生的血型是一般人稱呼的全能受血者，陳太太的血只能輸給 B 型和 AB 型的人，且陳太太的母親是 O 型。陳氏夫婦計劃生 2 個小孩，請問剛好一個 AB 型一個 B 型的機率為何？ ____ (26) ____

19. 下圖為二月份某溫帶湖泊湖水中，各層之理化因子的變化曲線圖，其中包括湖水溫度及各種氣體(氧氣，氮氣，甲烷)的量：



- (甲)水在 0 時有最大密度
- (乙)二月份時湖面結冰
- (丙)氮氣在冷水中有較大的溶解度
- (丁)固氮菌在湖底土壤基質中含量較多
- (戊)浮游植物分佈的限制因子是光線
- (己)水壓的減少有助於水分解成氧氣及氫氣
- (庚)約 600 毫升 CH₄
- (辛)約 300 毫升 CH₄

依上圖，自上面(甲) (辛)選項中選一個適合的選項代號，回答(27) (30)格

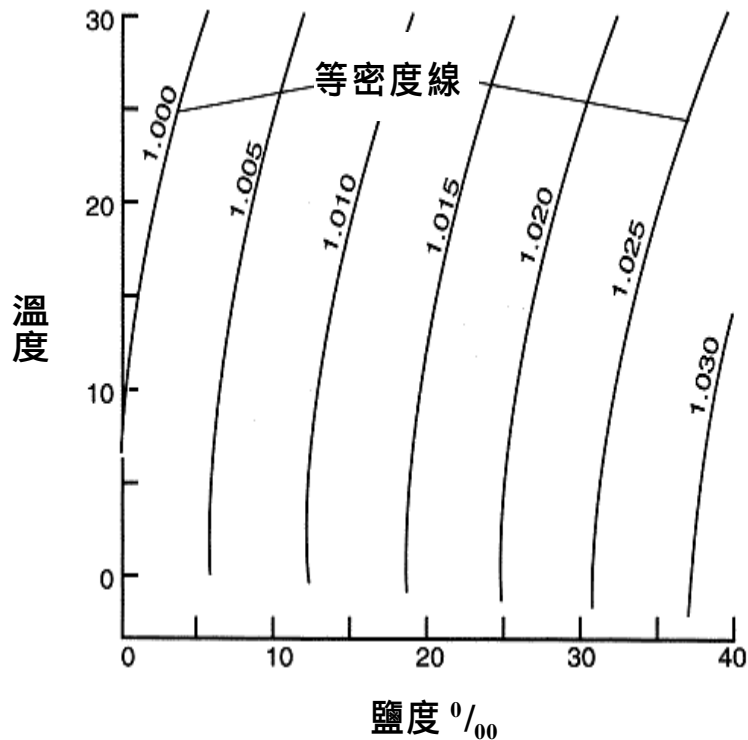
- (1)溫度曲線在湖中各層產生變化的原因？ (27)
- (2)氮氣的量直到湖底才產生較大變化的可能原因？ (28)
- (3)你認為此湖的氧氣曲線可支持何項論點？ (29)
- (4)在深度 10m 處，100 公升湖水約含 CH₄ 多少毫升？ (30)

20. 下表為地球與火星的基本資料，依據此表回答(31) (33)格

| | 地球 | 火星 |
|--------|--------|------------|
| 與太陽的距離 | 500 光秒 | 710 光秒 |
| 地面大氣壓力 | 一大氣壓 | 0.01 大氣壓 |
| 自轉週期 | 24 小時 | 24 小時 40 分 |

- (1) 探測器降落火星時，降落傘所受到的大氣阻力，會比在地球表面降落所受到的大氣阻力大或小？ (31)
- (2) 西元 2004 年 1 月 3 日登陸火星的『精神號』探測車預計工作 90 個火星日，對地球來說，其預定任務相當於地球的多少天之後可以完成？
 (32) 天（答案取至小數點下一位）
- (3) 當地球、火星與太陽的位置形成一直線時，從地球發射指令傳給火星上的探測船，其訊號至少需要幾分鐘才可到達火星？
 (33) 分鐘（答案取至小數點下一位）

21. 海水的密度由溫度和鹽度決定，下圖為海水的溫度、鹽度、密度關係圖。一海水樣本溫度 20、鹽度 35‰、密度未知，請根據溫度和鹽度資料，判斷其密度應為多少？ (34) 克/立方公分（答案取至小數點下三位）



貳、計算與證明題 (請寫出推演過程)

* 第 1 題每一小題 4 分；第 2 題第(1)小題 4 分，其餘 2 分。合計 16 分。

1.(1)已知等腰 ABC 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， P 為 \overline{BC} 邊上的任一點，

試證明： $\overline{AP}^2 + \overline{BP} \cdot \overline{CP}$ 之值與 P 點所在位置無關。

(2)在 ABC 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = \sqrt{3}$ ， $\overline{BC} = 2$ ， $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{2004}$ 為 \overline{BC} 邊上的 2004

個等分點，若 $s_i = \overline{AP_i}^2 + \overline{BP_i} \cdot \overline{CP_i}$ ，求 $s_1 + s_2 + \dots + s_{2004}$ 之值。

2.李老師買了一大盒糖果要分給三個女兒，分法如下：首先在三張卡片上分別寫上 p 、 q 、 r 三個整數，其中 $0 < p < q < r$ ，接著要三個女兒各抽取一張卡片，然後按照卡片上所寫的數目分發糖果。在進行了 N 次 ($N \geq 2$) 後，統計三個人所得的糖果數，結果為：

大女兒共得 18 個，二女兒共得 10 個，小女兒共得 5 個。

已知最後一次二女兒得了 r 個，問：

(1) $N = ?$

(2) $p = ?$ $q = ?$ $r = ?$

(3) 第一次誰拿了 q 個？